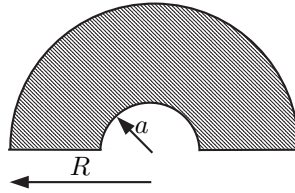


به نام خدا

- امتحان پایان ترم مکانیک تحلیلی I  
دانشگاه الزهراء - دی ماه ۹۰
- سؤال 1) از صفحه‌ای نیم دایره‌ای شکل و هم‌گن به جرم  $m$  و شعاع  $R$  نیم دایره‌ای به شعاع  $a$  می‌بریم.
- (a)  $y_{cm}$  مرکز جرم شکل حاصل کجاست؟
- (b) لختی دورانی این شکل حول محوری تقارن از جسم که در صفحه‌ی شکل است را به دست آورید.

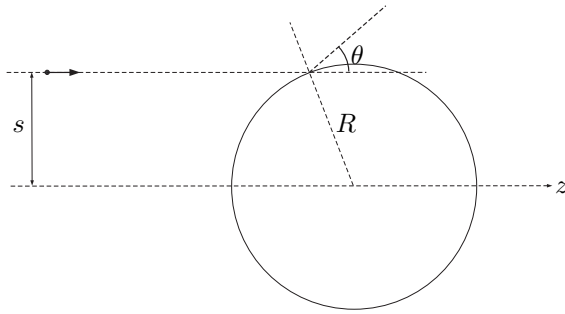


- سؤال 2) سیستمی دو ستاره‌ای با جرم‌های یک‌سان  $m$  در نظر بگیرید. با رصد کردن این سیستم دوره‌ی تناوب گردش دو ستاره  $T$  و فاصله‌ی آن‌ها از هم  $a$  به دست می‌آید. جرم هر ستاره  $m$  چه قدر است؟

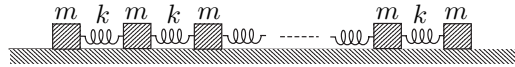
- سؤال 3) یک دستگاه منزوی شامل دو جرم مساوی  $m$  است، که در ابتدا در فاصله‌ی  $\vec{r}_0$  از یکدیگر قرار دارند. یکی از این جرم‌ها با سرعت  $\vec{v}_0$  عمود بر  $\vec{r}_0$  پرتاب می‌شود. به ازای چه مقادیری از  $v_0$  جسم‌ها در دستگاه مرکز جرم در مداری بیضی شکل حرکت می‌کنند؟ ( $G$  ثابت جهانی گرانش است.)

- سؤال 4) مطابق شکل شاری از ذرات به سمت کره‌ای سخت به شعاع  $R$  که ساکن نگه داشته شده می‌تابند.

- (a) ذره‌ای که در فاصله‌ی  $s$  از محور  $z$  به کره می‌تابد و پس از برخوردی کش‌سان تحت زاویه‌ی  $\theta$  نسبت به محور  $z$  پراکنده می‌شود.  $\theta$  را بر حسب  $s$  و  $R$  به دست آورید.
- (b) با تعریف  $d\sigma = 2\pi s ds$ ،  $\frac{d\sigma}{d\theta}$  را به دست آورید.



سؤال 5)  $N$  ذره‌ی یک‌سان با جرم‌های  $m$  توسط فنرهایی مشابه با ضریب سختی  $k$  به یک‌دیگر متصل شده‌اند. اصطکاک با سطح زمین را ناچیز بگیرید.



- (a) معادلات نیوتن را برای جسم اول، جسم  $N$  ام و جسم  $n$  ام ( $n \neq N, 1$ ) بنویسید.
- (b) برای آن که شکل معادلات مربوط به جسم اول و جسم  $N$  ام شبیه معادلات جسم  $k$  ام ( $n \neq N, 1$ ) شود چه شرط مرزی‌هایی لازم است؟ این شرط مرزی‌ها را بنویسید.
- (c) جوابی هم‌آهنگ به شکل  $x_n = C_n e^{i\omega t}$  انتخاب کنید و معادله و شرط‌های مرزی‌ی مربوط به  $C_n$  ها را به دست آورید.
- (d) بسامدهای طبیعی‌ی نوسان این سیستم را به دست آورید.